Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische n-Spuren

1. In Toth (2009a, b) wurden semiotische n-Kategorien und n-Morphismen untersucht. Die Idee, welche hinter der Einführung von n-Kategorien steht, basiert auf der auch in der Semiotik nachzuvollziehenden Überlegung, dass man etwa bei den Abbildungen von Primzeichen auf Subzeichen; von Subzeichen auf Zeichenklassen; von Zeichenklassen auf Trichotomische Triaden usw. nicht stets die gleichen Abbildungen bzw. Morphismen verwenden kann und dass sich zusätzlich zu den Pfeilen der klassischen Kategorietheorie neben horizontalen auch vertikale Abbildung unterscheiden lassen können. Bereits 1967 hatte Jean Bénabou diese Vorstellungen anhand der Bi-Kategorien eingeführt.

2. In Toth (2009b) hatten wir folgende Übersicht der semiotischen n-Kategorien gegeben:

PZ → SZ		
PZ → SZP	SZ → SZP	
PZ → Zkln/Rthn	SZ → Zkln/Rthn	SZP → Zkln/Rthn
PZ → TrTr	SZ → TrTr	SZP → TrTr

Zkln/Rthn → TrTr

$\alpha := (.1.) \rightarrow (.2.)$
$\beta := (.2.) \rightarrow (.3.)$,

seien ferner

$A, B := (\alpha/\beta) \rightarrow (\alpha/\beta)$
$\underline{A}, \underline{B} := (A, B) \rightarrow (A, B)$
$\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}} := (\underline{A}, \underline{B}) \rightarrow (\underline{A}, \underline{B})$
$\underline{\underline{\underline{A}}}, \underline{\underline{\underline{B}}} := (\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}}) \rightarrow (\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}})$, usw.,

3. Wenn wir nun Spuren im Sinne von Hierarchien von n-Spuren aufeinander abbilden wollen,

$A, B := (A_B) = (A \rightarrow_B)$
$\underline{\underline{A}}, B := (\underline{\underline{A}}_B) \rightarrow (\underline{\underline{A}} \rightarrow_B)$
$\underline{\underline{\underline{A}}}, \underline{B} := (\underline{\underline{\underline{A}}}_{\underline{B}}) \rightarrow (\underline{\underline{\underline{A}}} \rightarrow_{\underline{B}})$
$\underline{\underline{\underline{\underline{A}}}}, \underline{\underline{B}} := (\underline{\underline{\underline{\underline{A}}}}_{\underline{\underline{B}}}) \rightarrow (\underline{\underline{\underline{\underline{A}}}} \rightarrow_{\underline{\underline{B}}})$, usw.,

dann können wir sowohl die Domänen als auch die als Codomänen dienenden Spuren der Abbildungen den folgenden Spurenmatrizen entnehmen:

$$
\begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} \varnothing_M \\ \varnothing_O \\ \varnothing_I \end{matrix}} & \begin{matrix} M_O & M_I & M_M \\ O_O & O_I & O_M \\ I_O & I_I & I_M \end{matrix} \end{pmatrix}
\qquad
\begin{pmatrix} \boxed{M_\varnothing \quad O_\varnothing \quad I_\varnothing} \\ M_O \quad O_O \quad I_O \\ M_I \quad O_I \quad I_I \\ M_M \quad O_M \quad I_M \end{pmatrix}^{T}
$$

$$
\begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} \underline{\varnothing_M} \\ \underline{\varnothing_O} \\ \underline{\varnothing_I} \end{matrix}} & \begin{matrix} \underline{M_O} & \underline{M_I} & \underline{M_M} \\ \underline{O_O} & \underline{O_I} & \underline{O_M} \\ \underline{I_O} & \underline{I_I} & \underline{I_M} \end{matrix} \end{pmatrix}
\qquad
\begin{pmatrix} \boxed{\underline{M_\varnothing} \quad \underline{O_\varnothing} \quad \underline{I_\varnothing}} \\ \underline{M_O} \quad \underline{O_O} \quad \underline{I_O} \\ \underline{M_I} \quad \underline{O_I} \quad \underline{I_I} \\ \underline{M_M} \quad \underline{O_M} \quad \underline{I_M} \end{pmatrix}^{T}
$$

Hier sind nur einige Abbildungen der ersten zwei n-Spuren eingetragen, wo sich in den Transponierten die dualen realitätsthematischen Spuren finden, so dass man also nicht nur, wie in der obigen kleinen Tabelle, mit Zkln, sondern auch mit Rthn operieren kann.

$$\left(\begin{array}{|c|ccc} \hline \varnothing_M & M_O & M_I & M_M \\ \varnothing_O & O_O & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_O & I_I & I_M \\ \hline \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{|ccc|} \hline M_\varnothing & O_\varnothing & I_\varnothing \\ \hline M_O & O_O & I_O \\ M_I & O_I & I_I \\ M_M & O_M & I_M \end{array}\right)^T$$

$$\left(\begin{array}{|c|ccc} \hline \varnothing_M & M_O & M_I & M_M \\ \varnothing_O & O_O & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_O & I_I & I_M \\ \hline \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{|ccc|} \hline M_\varnothing & O_\varnothing & I_\varnothing \\ \hline M_O & O_O & I_O \\ M_I & O_I & I_I \\ M_M & O_M & I_M \end{array}\right)^T$$

Keine Probleme bieten formal also in Sonderheit Abbildungen von Spuren innerhalb derselben Matrix, bzw. zwischen einer Matrix und ihrer Transponierten, wo also die Domänen und Codomänenspuren verschiedenen Dualisationsrelationen angehören.

Bibliographie

Bénabou, Jean, Introduction to bicategories, part I". In: Reports of the Midwest Category Seminar, Lecture Notes in Mathematics 47, S. 1-77

Toth, Alfred, Übersicht über semotische n-Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Sem.%20n-Kateg..pdf

Toth, Alfred, Semiotische n-Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Sem.%20n-Morph..pdf (2009b)

23.10.2009